WPISUJE ZDAJĄCY

KOD ZDAJĄCEGO

symbol klasy | symbol zdającego

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ

MATEMATYKA – POZIOM PODSTAWOWY

STYCZEŃ 2024

Czas pracy: 180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 46

WYPEŁNIA NAUCZYCIEL NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci właściwy arkusz egzaminacyjny, tj. arkusz z właściwego przedmiotu na właściwym poziomie.
2. Jeżeli przekazano Ci niewłaściwy arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi.
3. Jeżeli przekazano Ci właściwy arkusz – zapoznaj się z poniższą instrukcją.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–31) i kartę odpowiedzi. Ewentualny brak zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój kod.
3. Symbol A B C D zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla sprawdzającego, umieszczonych na marginesach przy odpowiednich zadaniach.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

Zadanie 1. (0–1)

Cena 1 uncji złota odnotowana na giełdzie przed rozpoczęciem pierwszej sesji była równa 8500 zł. Każda z trzech początkowych sesji zakończyła się wzrostem ceny złota o $1{,}2\%$ w stosunku do ceny bezpośrednio przed sesją.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cena 1 uncji złota po trzeciej sesji była równa

A. $8500 \cdot 1{,}036$ zł. **B.** $8500 \cdot (1{,}2)^3$ zł. **C.** $8500 \cdot (1{,}012)^3$ zł. **D.** $8500 \cdot 3{,}6$ zł.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sqrt{4 : \sqrt{8}}$ jest równa

A. $\sqrt[4]{2}$. **B.** $\sqrt[4]{2^{-1}}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2^{-1}}$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 3. (0–1)

Ania jest obecnie o 8 lat młodsza od Janka, a za 6 lat będzie od niego dwa razy młodsza. Niech x oznacza obecny wiek Ani wyrażony w latach, a y – obecny wiek Janka wyrażony w latach.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obecny wiek Ani oraz wiek Janka można obliczyć, rozwiązując układ równań

A. $\begin{cases} x-8=y \\ 2x-y=6 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x+8=y \\ 2x-y=12 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} y-x=8 \\ 2x-y=6 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y-x=8 \\ 2x-y=-6 \end{cases}$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych większych od 34, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry nieparzyste, jest

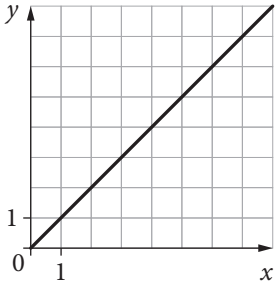
A. 15. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 33.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

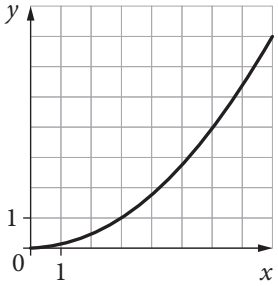
Zadanie 5. (0–1)

Rozpatrujemy wszystkie graniastosłupy proste o objętości 12 i wysokości 4, których podstawą jest prostokąt o bokach długości x i y.

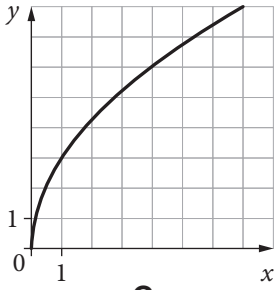
Na którym z rysunków A–D przedstawiono zależność między długościami x i y? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



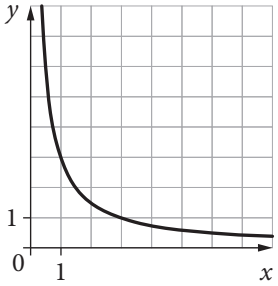
A.



B.



C.



D.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 6. (0–1)

Dany jest wielomian

$$W(x) = 2x^3 - 6x^2 - 4x + 12.$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wielomian W można zapisać w postaci

A. $W(x) = 2(x^2 - 3)(x + 2)$.
B. $W(x) = 4(x^2 + 2)(x - 3)$.
C. $W(x) = 2(x^2 - 2)(x - 3)$.
D. $W(x) = 2(x^2 + 2)(x + 3)$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\dfrac{(2x-4)(2x+8)^2}{(1-x)(4-x^2)} = 0$ ma w zbiorze liczb rzeczywistych

A. dokładnie jedno rozwiązanie: $x = -4$.
B. dokładnie dwa rozwiązania: $x = 2$, $x = -4$.
C. dokładnie trzy rozwiązania: $x = 1$, $x = -2$, $x = -4$.
D. dokładnie cztery rozwiązania: $x = -4$, $x = -2$, $x = 1$, $x = 2$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 8. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla $x = \frac{4}{\sqrt{2}}$ wartość wyrażenia $\frac{-\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}}$ jest równa

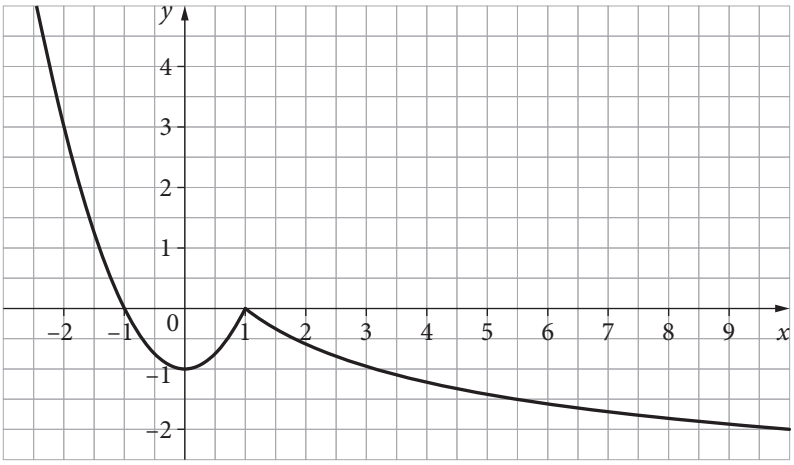
A. $\sqrt{2}-1$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** -2. **D.** -1.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 9. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = \begin{cases} -2 \cdot \log x & \text{dla } x \geqslant 1 \\ x^2 - 1 & \text{dla } x < 1 \end{cases}$$



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $f\left(\frac{1}{10}\right) - f(10)$ jest równa

A. $-0{,}99$. **B.** 0. **C.** $1{,}01$. **D.** 101.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 10. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$ liczba $9^n - 3^n$ jest podzielna przez 6.

10.
0–1–2

Zadanie 11.
Dana jest funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = x(x-2)$.

Zadanie 11.1. (0–1)
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $f(x) = x - 2$ ma

A. dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 2$.
B. dokładnie dwa rozwiązania: $x = 0$, $x = 2$.
C. dokładnie dwa rozwiązania: $x = 1$, $x = 2$.
D. dokładnie trzy rozwiązania: $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 11.2. (0–1)
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

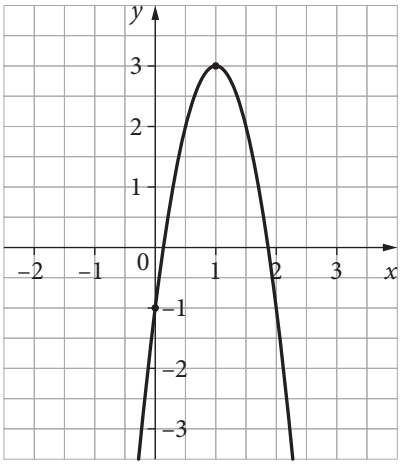
Zbiorem rozwiązań nierówności $f(x) < 0$ jest

A. przedział $(0, 2)$.
B. przedział $(-2, 0)$.
C. suma przedziałów $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.
D. suma przedziałów $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f. Parabola ta przecina oś Oy w punkcie $(0, -1)$, a jej wierzchołkiem jest punkt $(1, 3)$.



Zadanie 12.1. (0–1)

Zapisz poniżej zbiór wartości funkcji f.

12.1.
0–1

.....

Zadanie 12.2. (0–1)

Zapisz poniżej zbiór rozwiązań nierówności $f(x) \leqslant -1$.

12.2.
0–1

.....

Zadanie 12.3. (0–2)

Wyznacz wzór funkcji f w postaci kanonicznej. Zapisz obliczenia.

12.3.
0–1–2

Zadanie 13. (0–1)

Dana jest nierówność kwadratowa $(x-1)(mx-6)>0$ z niewiadomą x, gdzie m może być dowolną liczbą rzeczywistą. Zbiorem rozwiązań tej nierówności jest przedział $(-3,1)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba m jest równa

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 14. (0–1)

Dla pewnej dodatniej liczby rzeczywistej a zachodzi równość $a^2+\frac{1}{a^2}=4$.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

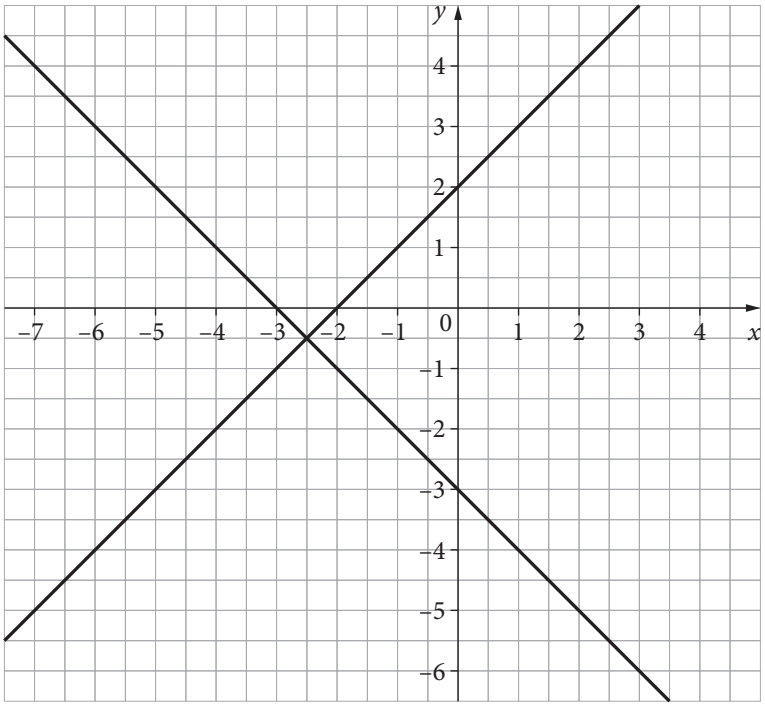
Wyrażenie $a+\frac{1}{a}$ przyjmuje wartość

A.	2,	ponieważ	**1.**	zachodzą równości $a^2+\frac{1}{a^2}=4$ i $\sqrt{4}=2$.
			2.	dla dowolnej liczby rzeczywistej x, $x\neq 0$ i $x\neq 1$, spełniony jest warunek $x^2+\frac{1}{x^2}\neq x+\frac{1}{x}$.
B.	$\sqrt{6}$,		**3.**	dla dowolnej liczby rzeczywistej $x\neq 0$ spełniony jest warunek $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 15. (0–1)

Na rysunku przedstawiono geometryczną interpretację układu równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi x i y. Punkty wspólne narysowanych prostych i osi układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań liniowych, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku powyżej, jest układ

A. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -x - 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -x + 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x - 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = x - 2 \end{cases}$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 16. (0–1)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = -4n + 19$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest geometryczny, a jego iloraz jest równy -2.	**P**	**F**
Najmniejszy dodatni wyraz ciągu (a_n) jest równy 4.	**P**	**F**

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 17. (0–2)

Dany jest pięciowyrazowy ciąg geometryczny $(1, -3, x, y, 81)$.

17.
0–1–2

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Własności ciągu opisanego w zadaniu zapisano w zdaniach oznaczonych literami ..... oraz ..... .

A. Liczba x jest równa -6.

B. Iloczyn $x \cdot y$ jest równy -243.

C. Różnica $y - x$ jest równa 36.

D. Dany ciąg jest malejący.

E. Dany ciąg jest rosnący.

F. Dany ciąg nie jest monotoniczny.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 18. (0–1)

Kąt α jest kątem ostrym oraz $\sin^2\alpha - \cos^2\alpha = \frac{1}{2}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Sinus kąta α jest równy

A. 1. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 19. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg o środku w punkcie $S = (3, -1)$. Okrąg przechodzi przez punkt $O = (0, 0)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie tego okręgu ma postać

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 10$.
B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 10$.
C. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{10}$.
D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{10}$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

20.
0–1–2

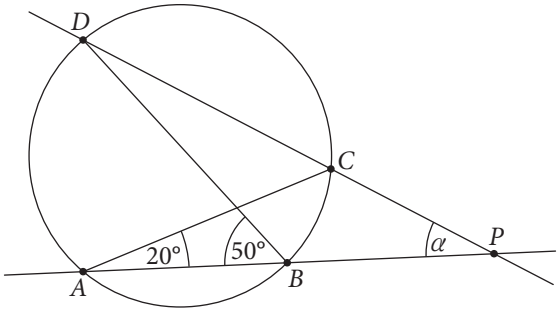
Zadanie 20. (0–2)

Dany jest równoległobok $ABCD$, w którym kąt ostry ma miarę $60°$, a boki mają długości odpowiednio $|AB| = 4$ i $|BC| = 3$.

Oblicz długość dłuższej przekątnej tego równoległoboku. Zapisz obliczenia.

Zadanie 21. (0–1)

Punkty: A, B, C, D leżą na okręgu. Proste AB i CD przecinają się w punkcie P, leżącym na zewnątrz okręgu. Miary kątów BAC i ABD wynoszą odpowiednio $20°$ i $50°$ (jak na rysunku).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

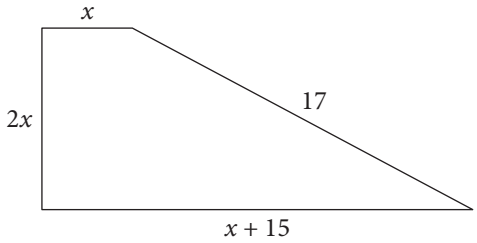
Miara α kąta APD jest równa

A. $15°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 22. (0–1)

Dany jest trapez prostokątny, w którym dłuższe ramię ma długość 17, różnica długości podstaw jest równa 15, a wysokość jest dwa razy dłuższa od krótszej podstawy (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

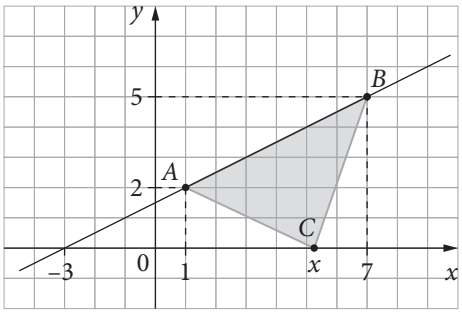
Długość x krótszej podstawy tego trapezu jest równa

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 23. (0–4)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) rozpatrujemy wszystkie trójkąty ABC o wierzchołkach: $A = (1, 2)$, $B = (7, 5)$ i $C = (x, 0)$, gdzie $x \neq -3$. Jeden z takich trójkątów pokazano na rysunku. Niech $S = |AB|^2 + |BC|^2 + |AC|^2$ oznacza sumę kwadratów długości boków trójkąta ABC.



Trójkąt ABC nie istnieje, gdy $C = (-3, 0)$.

23.
0–1–2–3–4

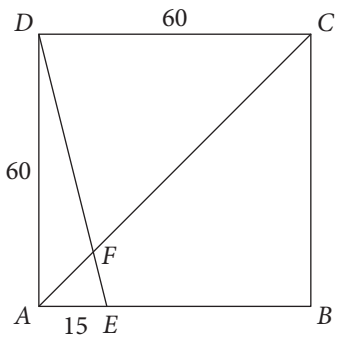
a) Wyznacz sumę S jako funkcję zmiennej x.

b) Wyznacz taką wartość x, dla której funkcja S osiąga wartość najmniejszą. Oblicz tę najmniejszą wartość.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 24. (0–2)

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 60. Na boku AB leży punkt E taki, że $|AE| = 15$. Odcinek DE przecina przekątną AC w punkcie F (jak na rysunku).



24.
0–1–2

Oblicz pole trójkąta AEF. Zapisz obliczenia.

Zadanie 25. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu $y = \frac{1}{3}x + 4$.
Prosta l jest zapisana równaniem $y = 2mx + 6$, gdzie m może być dowolną liczbą rzeczywistą.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

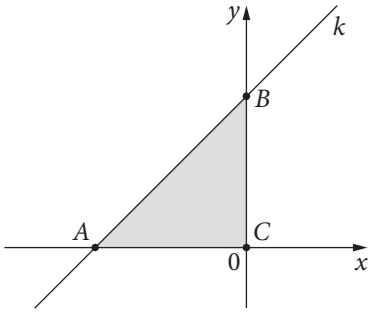
Proste k oraz l są prostopadłe dla

A. $m = -3$. **B.** $m = -\frac{3}{2}$. **C.** $m = -\frac{2}{3}$. **D.** $m = \frac{1}{3}$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 26. (0–1)

Na rysunku przedstawiono prostą k o równaniu $y = x + b$ oraz trójkąt prostokątny ABC, w którym wierzchołkiem kąta prostego jest punkt $C = (0, 0)$, a wierzchołki A i B są punktami przecięcia prostej k z osiami układu współrzędnych. Pierwsza współrzędna wierzchołka A jest liczbą ujemną (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta ABC jest równe 4 dla b równego

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{2}$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 27. (0–1)

Średnia arytmetyczna pięciu liczb zapisanych w kolejności od najmniejszej do największej: x, 21, 22, 23, 24 jest dwa razy mniejsza od mediany tych liczb.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba x jest równa

A. -56. **B.** -55. **C.** -35. **D.** 20.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 28. (0–2)

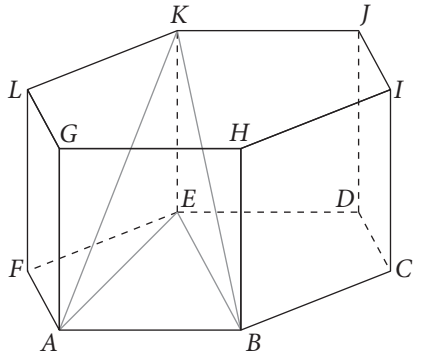
Dwa pudełka zawierają łącznie 10 kul ponumerowanych kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 10, przy czym w pierwszym pudełku są 4 kule z numerami mniejszymi od 5, a w drugim są pozostałe kule. Losujemy po jednej kuli z każdego pudełka.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma numerów wylosowanych kul jest podzielna przez 3. Zapisz obliczenia.

28.
0–1–2

Zadanie 29.

Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny $ABCDEFGHIJKL$, w którym każda krawędź ma długość $2\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).



Zadanie 29.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość danego graniastosłupa jest równa

A. 54. **B.** 72. **C.** $54\sqrt{3}$. **D.** 108.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 29.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Przekątna AK danego graniastosłupa ma długość równą

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 29.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

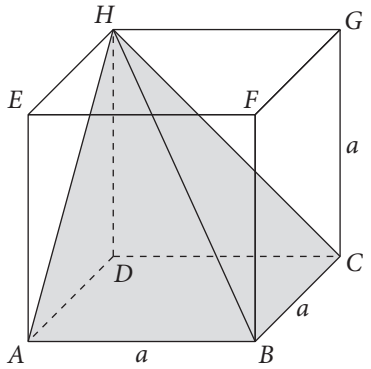
Kątem nachylenia krótszej przekątnej tego graniastosłupa do płaszczyzny jego podstawy jest kąt

A. AKE. **B.** KAB. **C.** KAE. **D.** KBE.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 30. (0–1)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości a (jak na rysunku).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa $ABCDH$ jest równe

A. $2a^2$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^2$. **C.** $\left(2+\sqrt{2}\right)a^2$. **D.** $\left(2\sqrt{2}+1\right)a^2$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 31. (0–2)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDS$, którego podstawą jest kwadrat $ABCD$. Wysokość SO tego ostrosłupa ma długość 18 i tworzy z płaszczyzną ściany bocznej kąt o mierze $30°$.

31.
0–1–2

Oblicz objętość tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

nowa era

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD ZDAJĄCEGO

symbol klasy | symbol zdającego

KARTA ODPOWIEDZI

WYPEŁNIA NAUCZYCIEL NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenie odpowiedzi na kartę odpowiedzi.

Nr zad.	Odpowiedzi			
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	D
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	Ocenia sprawdzający			
11.1	A	B	C	D
11.2	A	B	C	D
12.1	Ocenia sprawdzający			
12.2	Ocenia sprawdzający			
12.3	Ocenia sprawdzający			

Nr zad.	Odpowiedzi					
13	A	B	C	D		
14	A1	A2	A3	B1	B2	B3
15	A	B	C	D		
16	PP	PF	FP	FF		
17	Ocenia sprawdzający					
18	A	B	C	D		
19	A	B	C	D		
20	Ocenia sprawdzający					
21	A	B	C	D		
22	A	B	C	D		
23	Ocenia sprawdzający					

Nr zad.	Odpowiedzi			
24	Ocenia sprawdzający			
25	A	B	C	D
26	A	B	C	D
27	A	B	C	D
28	Ocenia sprawdzający			
29.1	A	B	C	D
29.2	A	B	C	D
29.3	A	B	C	D
30	A	B	C	D
31	Ocenia sprawdzający			

WYPEŁNIA SPRAWDZAJĄCY

Nr zad.	Punkty		
10	0	1	2
12.1	0	1	
12.2	0	1	
12.3	0	1	2

Nr zad.	Punkty				
17	0	1	2		
20	0	1	2		
23	0	1	2	3	4
24	0	1	2		

Nr zad.	Punkty		
28	0	1	2
31	0	1	2

Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.