Matura

....

Imię i nazwisko

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\sqrt{128} : \sqrt[3]{64}$ jest równa

A. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ **B.** 2 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $2\sqrt{2}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\frac{2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 4^{0}}{2^{-1} \cdot 3^{-4} \cdot 4^{-1}}$ jest równa

A. 1 **B.** 3 **C.** 24 **D.** 48

Zadanie 3. (0–1)

Liczba <u>dwukrotnie</u> większa od $\log 3 + \log 2$ jest równa

A. $\log 12$ **B.** $\log 36$ **C.** $\log 10$ **D.** $\log 25$

Zadanie 4. (0–1)

30% liczby x jest o 2730 mniejsze od liczby x. Liczba x jest równa

A. 3900 **B.** 1911 **C.** 9100 **D.** 2100

Zadanie 5. (0–1)

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $5 - (4 + 2a)(4 - 2a)$ jest równe

A. $-4a^2 - 16a - 11$ **B.** $4a^2 - 11$

C. $-4a^2 - 11$ **D.** $4a^2 + 16a - 11$

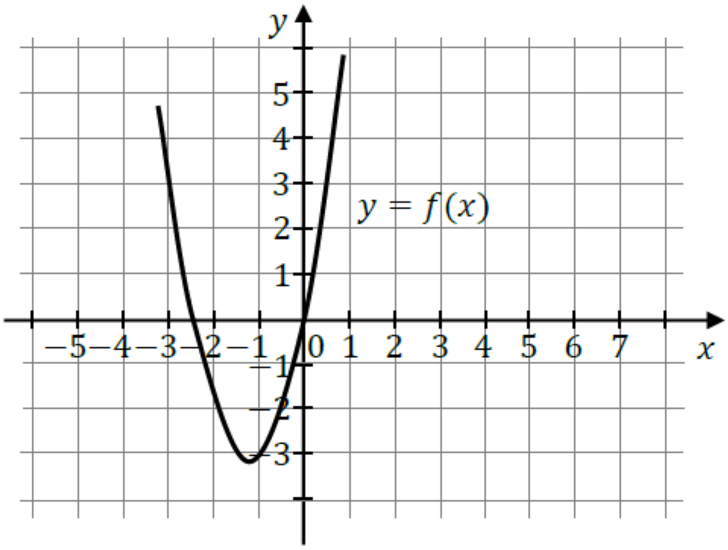
Zadanie 6. (0–1)

Jedną z liczb spełniających nierówność $x^4 - 3x^3 + 3 < 0$ jest

A. 1 **B.** (-1) **C.** 2 **D.** (-2)

Informacja do zadań 7. i 8.

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = 2x^2 + 5x$.



Zadanie 7. (0–1)

Osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x = -\frac{5}{4}$

B. $x = \frac{5}{4}$

C. $y = -\frac{5}{4}$

D. $y = -\frac{25}{16}$

Zadanie 8. (0–1)

Funkcja kwadratowa g jest określona wzorem $g(x) = 2x^2 - 5x$. Wykres funkcji g jest

A. symetryczny do wykresu funkcji f względem osi Ox.

B. symetryczny do wykresu funkcji f względem osi Oy.

C. symetryczny do wykresu funkcji f względem początku układu współrzędnych.

D. przesunięty względem wykresu funkcji f o 10 jednostek w kierunku przeciwnym do zwrotu osi Ox.

Zadanie 9. (0–1)

Równanie $(x^2 - 27)(x^2 + 16) = 0$ ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie rzeczywiste.

B. dwa rozwiązania rzeczywiste.

C. trzy rozwiązania rzeczywiste.

D. cztery rozwiązania rzeczywiste.

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{4}{x} - 4$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$.
Liczba $f(2) - f(-2)$ jest równa

A. (-8) **B.** (-4) **C.** 4 **D.** 0

Zadanie 11. (0–1)

Punkt $M = (3, -2)$ należy do wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = 5x + b - 4$. Wynika stąd, że b jest równe

A. (-17) **B.** (-13) **C.** 13 **D.** 17

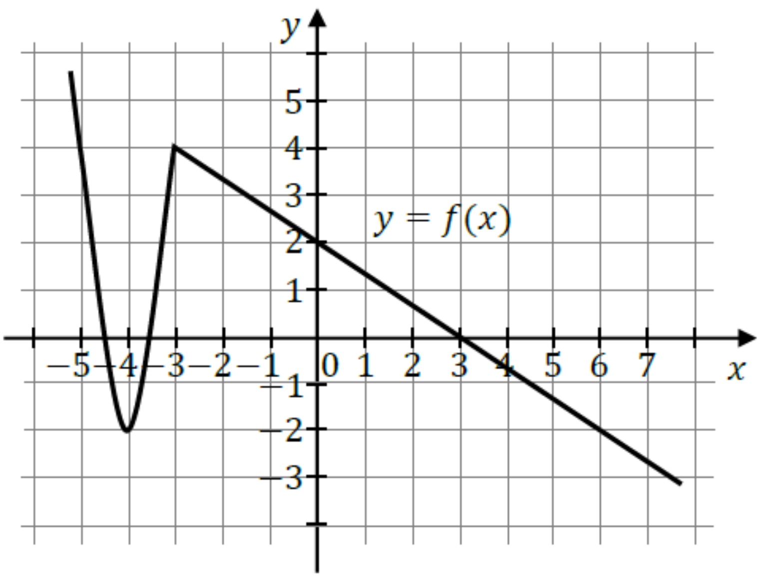
Zadanie 12. (0–1)

Funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = -2(x-1)^2 + 3$ jest rosnąca w przedziale

A. $(-\infty, 1\rangle$ **B.** $\langle -2, +\infty)$ **C.** $(-\infty, 3\rangle$ **D.** $\langle 1, +\infty)$

Zadanie 13. (0–1)

Na rysunku jest przedstawiony fragment wykresu funkcji $y = f(x)$.



W przedziale $(-4, 6)$ równanie $f(x) = -1$

A. nie ma rozwiązań.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.
C. ma dokładnie dwa rozwiązania.
D. ma dokładnie trzy rozwiązania.

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n-2}{2n^2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Piąty wyraz tego ciągu jest równy

A. $\left(-\frac{1}{10}\right)$ **B.** $\frac{3}{50}$ **C.** $\frac{3}{100}$ **D.** $\left(-\frac{1}{5}\right)$

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest arytmetyczny. Różnica tego ciągu jest równa 2 oraz $a_8 = 48$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy

A. 2 **B.** 24 **C.** 3 **D.** 40

Zadanie 16. (0–1)

Kąt α jest ostry i $\sin\alpha = \frac{2}{3}$. Wtedy $\cos^2(90^\circ - \alpha)$ jest równy

A. $\frac{1}{9}$ **B.** $\frac{2}{9}$ **C.** $\frac{4}{9}$ **D.** $\frac{5}{9}$

Zadanie 17. (0–1)

Na trójkącie ostrokątnym ABC opisano okrąg o środku O. Miara kąta ABC jest równa 65°. Miara kąta ACO jest równa

A. 130° **B.** 25° **C.** 65° **D.** 50°

Zadanie 18. (0–1)

Trójkąt ABC jest prostokątny. Odcinek AD jest wysokością tego trójkąta poprowadzoną z wierzchołka A na przeciwprostokątną BC. Wtedy

A. $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|CD|}{|AC|}$ **B.** $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|CD|}{|AD|}$ **C.** $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AC|}{|AB|}$ **D.** $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|BC|}{|BD|}$

Zadanie 19. (0–1)

Pole rombu o obwodzie 20 i kącie rozwartym 120° jest równe

A. $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{25}{2}$ **D.** $\frac{25\sqrt{3}}{4}$

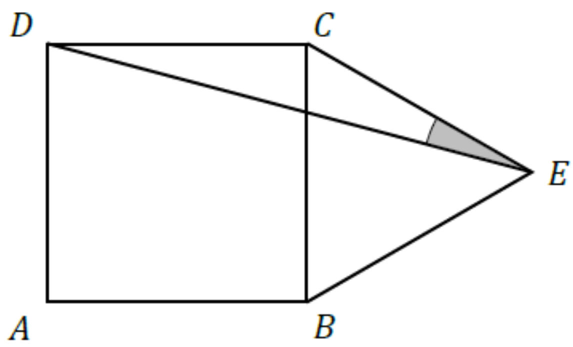
Zadanie 20. (0–1)

W trójkącie miary kątów są równe: $\alpha, 4\alpha, \alpha + 30^\circ$. Miara największego kąta tego trójkąta jest równa

A. 55° **B.** 90° **C.** 100° **D.** 120°

Zadanie 21. (0–1)

Na boku BC kwadratu $ABCD$ (na zewnątrz) zbudowano trójkąt równoboczny BEC (zobacz rysunek).



Miara kąta DEC jest równa

A. 10° **B.** 20° **C.** 15° **D.** 30°

Zadanie 22. (0–1)

Proste o równaniach $y = -\frac{5}{4}x - 2$ oraz $y = \frac{4}{2m-1}x + 1$ są prostopadłe. Wynika stąd, że

A. $m = \frac{21}{10}$ **B.** $m = -\frac{11}{10}$ **C.** $m = -2$ **D.** $m = 3$

Zadanie 23. (0–1)

Proste o równaniach $y = -3x + \frac{1}{3}$ oraz $y = \frac{1}{3}x - 3$ przecinają się w punkcie $P = (x_0, y_0)$. Wynika stąd, że

A. $x_0 > 0$ i $y_0 > 0$.
B. $x_0 > 0$ i $y_0 < 0$.
C. $x_0 < 0$ i $y_0 > 0$.
D. $x_0 < 0$ i $y_0 < 0$.

Zadanie 24. (0–1)

Liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa jest równa 42. Liczba wszystkich wierzchołków tego graniastosłupa jest równa

A. 14 **B.** 28 **C.** 15 **D.** 42

Zadanie 25. (0–1)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wszystkie krawędzie mają długość 8. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest równe

A. $64\sqrt{3}$ **B.** $64\sqrt{2}$ **C.** $16\sqrt{3}$ **D.** $16\sqrt{2}$

Zadanie 26. (0–1)

Rozważamy wszystkie liczby naturalne czterocyfrowe, których suma cyfr jest równa 3. Wszystkich takich liczb jest

A. 13 **B.** 10 **C.** 7 **D.** 9

Zadanie 27. (0–1)

W pudełku są tylko kule białe, czarne i zielone. Kul białych jest dwa razy więcej niż czarnych, a czarnych jest trzy razy więcej niż zielonych. Z pudełka losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{2}{9}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{3}{5}$

Zadanie 28. (0–1)

W pewnej grupie uczniów przeprowadzono ankietę na temat liczby odsłuchanych audiobooków w lutym 2022 roku. Wyniki ankiety przedstawiono w tabeli.

Liczba odsłuchanych audiobooków	0	1	2	3	4	7
Liczba uczniów	9	5	3	4	1	3

Mediana liczby odsłuchanych audiobooków w tej grupie uczniów jest równa

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** $\frac{3}{2}$

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność

$$-3x^2 + 8 \geq 10x$$

Zadanie 30. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i każdej liczby rzeczywistej y takich, że $x \neq y$ prawdziwa jest nierówność

$$\left(\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y\right)^2 < \frac{x^2 + 4y^2}{5}$$

Zadanie 31. (0–2)

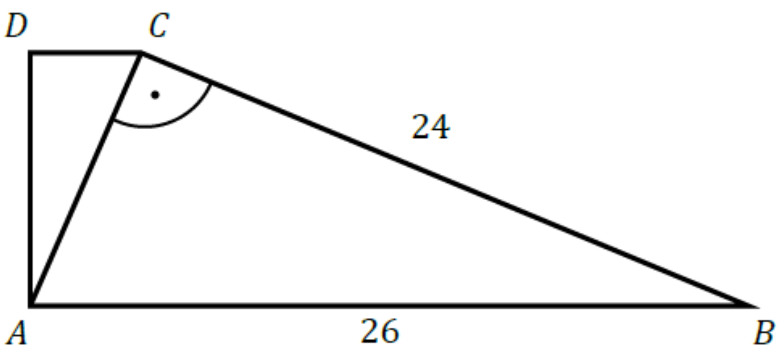
Funkcja kwadratowa f ma dokładnie jedno miejsce zerowe równe 2. Ponadto $f(0) = 8$. Wyznacz wzór funkcji f.

Zadanie 32. (0–2)

Trójwyrazowy ciąg $(x, 3x+2, 9x+16)$ jest geometryczny. Oblicz x.

Zadanie 33. (0–2)

Dany jest trapez prostokątny $ABCD$. Podstawa AB tego trapezu jest równa 26, a ramię BC ma długość 24. Przekątna AC tego trapezu jest prostopadła do ramienia BC (zobacz rysunek). Oblicz długość ramienia AD.



Zadanie 34. (0–2)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych większych od 53 losujemy jedną liczbę. Niech A oznacza zdarzenie polegające na wylosowaniu liczby podzielnej przez 7. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A.

Zadanie 35. (0–5)

Punkt $A = (1, -3)$ jest wierzchołkiem trójkąta ABC, w którym $|AC| = |BC|$.
Punkt $S = (5, -1)$ jest środkiem odcinka AB. Wierzchołek C tego trójkąta leży na prostej o równaniu $y = x + 10$. Oblicz współrzędne wierzchołków B i C tego trójkąta.